

Appello X – 4/9/2019

N.B. • Indicare in cima all'elaborato da consegnare: nome, cognome, n. matricola (o n. documento).

- Il punteggio totale è in centesimi; il punteggio di ogni singolo esercizio è indicato tra parentesi quadrate.
- È vietato: parlare, scambiarsi informazioni; consultare testi, appunti, etc.; l'uso del cellulare, calcolatrici, etc.
- Le risposte vanno sempre motivate chiaramente e sinteticamente!
Risposte senza giustificazioni non danno punteggio.
- Per una valutazione positiva è necessario avere un punteggio ≥ 8 al primo esercizio.

Es 1 [Pt. 15] (i) Trovare tutte le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione $z^6 + z^3 + 1 = 0$.

(ii) Trovare tutte le soluzioni in \mathbb{C} della equazione $z^2 + i\bar{z} = 1$.

Es 2 [Pt. 20] Trovare tutte le funzioni analitiche $f(z)$ tali che $\arg f(z) = xy$, dove $z = x + iy$.

Es 3 [Pt. 30] Sia $f(z) := \sqrt{z^2 + 1}$, dove $\sqrt{z} : \mathbb{C} \setminus [0, +\infty)$ è il ramo della radice tale che $\sqrt{-1} = i$, e sia $\Omega := \{z \in \mathbb{C} \mid \operatorname{Im} z > 0\} \setminus \{it \mid 0 \leq t \leq 1\}$.

(i) Determinare $f(\Omega)$.

(ii) Trovare una trasformazione conforme da Ω sul disco $\{|z| < 1\}$.

Es 4 [Pt 25] Calcolare $\int_0^\infty \frac{\log x}{1+x^2} dx$ con il metodo dei residui (giustificare brevemente le formule).

Es 5 [Pt. 10] Trovare il numero di soluzioni di $2z^4 - 5z + 2 = 0$ in $\Omega = \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$;